

| | | |
|-------|----------|------------|
| Nome: | Cognome: | Matricola: |
|-------|----------|------------|

Tipologia compito:

Prova completa/parziale di Matematica Generale (CdL. EF)
Dott. Giovanni Masala – settembre 2024



Domanda 1 (punti 3).

Determinare l'insieme di definizione, la positività e l'intersezione con gli assi della funzione:

$$f(x) = \log\left(\frac{x^2 - 9}{x - 7}\right)$$

| | |
|--------------|--|
| Dominio | $E = (-3, 3) \cup (7, +\infty)$ |
| Positività | $P = (-1, 2) \cup (7, +\infty)$ |
| Intersezioni | $A(-1; 0) \quad B(2; 0) \quad C(0; \log(9/7))$ |

Domanda 2 (punti 3).

Calcolare i seguenti limiti: $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{9x^2 + 2x - 4} - 3x - 4)$ e $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^3 + 3x^2 - 2x}{e^{x^3 - 4x} - 1}$

| | |
|-----------|--------------|
| Soluzioni | $-11/3; 5/4$ |
|-----------|--------------|

Domanda 3 (punti 3).

Studiare la crescita e gli estremi relativi della funzione: $f(x) = \frac{x^2 - 3x}{x + 1}$

| | |
|----------------|---|
| Derivata prima | $f' = \frac{x^2 + 2x - 3}{(x + 1)^2} \quad E = \mathbb{R} / \{-1\}$ |
| Estremi | $M(-3; -9) \quad m(1; -1)$ cresce in $(-\infty, -3) \cup (1, +\infty)$ |

Domanda 4 (punti 3).

Studiare la concavità e i flessi della funzione: $f(x) = \log\left(\frac{x^4}{2x - 3}\right)$

| | |
|---------------------------------|---|
| Derivata prima | $f' = \frac{6(x - 2)}{x \cdot (2x - 3)} \quad E = (3/2, +\infty)$ |
| Derivata seconda | $f'' = -\frac{12(x^2 - 4x + 3)}{x^2 \cdot (2x - 3)^2}$ |
| Insieme di convessità Flessi | $F(3; \log 27) \quad \text{convessa in } (3/2, 3)$ |

Domanda 5 (punti 2).

Determinare gli asintoti della funzione: $f(x) = \frac{\sqrt{4x^4 + x^2 + 4}}{x^2 - 1}$

| | |
|--------------------------------|------------------------------|
| Dominio | $E = \mathbb{R} / \{-1, 1\}$ |
| As. verticali | $x = -1$ e $x = 1$ |
| As. obliqui oppure orizzontali | $y = 2$ |

| | | |
|-------|----------|------------|
| Nome: | Cognome: | Matricola: |
|-------|----------|------------|

Tipologia compito:

Domanda 6 (punti 3, 6*).

Risolvere i seguenti integrali (per sostituzione e per parti, rispettivamente):



$$\int_1^2 \left(\frac{2x+1}{6x-2} \right) dx \quad \text{e} \quad \int \log \left(\frac{x}{4} + 1 \right) dx$$

| | |
|----------------------|--|
| Integrale definito | primitiva: $\frac{1}{18}(6x + 5 \log(6x - 2))$ $\frac{1}{18} \left(6 + 5 \log \left(\frac{5}{2} \right) \right) \approx 0,5879$ |
| Integrale indefinito | $x \cdot \log \left(\frac{x}{4} + 1 \right) - x + 4 \log(x + 4) + c$ |

Domanda 7 (punti 3, 4*). Discutere la compatibilità del sistema seguente in funzione del parametro reale k e determinarne le eventuali soluzioni.

$$\begin{cases} 3x + k \cdot y = 1 \\ k \cdot x + 2y + k \cdot z = 2 \\ 2x - y + 3z = k \end{cases}$$

| | |
|---------------|--|
| Compatibilità | $k = -3; 6$: incompatibile $k \neq -3; 6$: sol. unica |
| Soluzioni | $x = \frac{k^3 - 5k + 6}{-k^2 + 3k + 18}; y = \frac{3k^2 + k - 18}{k^2 - 3k - 18}; z = \frac{k^3 - 9k - 2}{k^2 - 3k - 18}$ |

Domanda 8 (punti 4, 8*). Data la funzione $z = f(x, y) = -2x^2 + 4x \cdot y + 2x - y^2 + 3y + 1$, determinare gli eventuali estremi liberi e gli estremi vincolati sotto il vincolo $g(x, y) = 4x + 2y = 1$.

| | |
|-------------------|--|
| Derivate parziali | $f_x = -4x + 4y + 2 \quad f_y = 4x - 2y + 3$ |
| Estremi liberi | $S(-2; -5/2) \quad z = -19/4 \quad H = -8$ |
| Estremi vincolati | $M(0; 1/2) \quad \lambda = 1 \quad z = 9/4$ $H = 112$ |

Domande teoriche.

- 1) Il teorema di De L'Hospital con esempio (punti 2, 4*)
- 2) Procedimento per la ricerca degli asintoti obliqui (punti 2, 4*)
- 3) Condizioni affinché un sistema lineare sia indeterminato (punti 2, 4*)

*Punteggi solo II parte contrassegnati con *.*